МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ   
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

|  |
| --- |
| КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ |

ОЦЕНКА

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| доцент |  |  |  | В.И. Устимов |
| должность, уч. степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |
| --- |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА |
| Вариант 1 |
| по дисциплине: Вычислительная математика |

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СТУДЕНТ ГР. № | Z9431 |  |  |  | Д.И. Андреев |
|  | номер группы |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |
| Студенческий билет № | 2019/3781 | |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Шифр ИНДО |  |

Санкт-Петербург 2021

Задание 1. Решить систему линейных уравнений Аx = b методом LU- разложений.

, 

Решение:

1. Найдем  и 



1. Найдем решение системы :



Ответ: 

Задание 2. Оценить погрешность решения системы уравнений Аx = b (задание 1), если погрешность задания вектора b равна 0.01.

1. Найдем относительную погрешность вектора :



1. Найдем норму матрицы 



1. Найдем норму матрицы 



1. Найдем число обусловленности:



1. Погрешность решения очинивается как:



Задание 3. Решить систему линейных уравнений



методом итераций с погрешностью, не превышающей . .

Система линейных уравнений имеет вид:



1. Найдем матрицу B и вектор d:



1. Нормы матрицы:



Следовательно, выполнены условия сходимости алгоритма простой итерации.

1. Пусть нулевой элемент равен вектору , тогда выполним итерации:

Итерации будем выполнять в соответствии условием остановки итерационного процесса: , то есть пока

1 - 



2 - ;



3 - ;



4 - ;



5 - ;



6 - ;



7 - ;



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0.1 | 0.9 | 0.8 | 0.1 | 0.9 | 0.8 |
| 2 | -0.2 | 0.865 | 0.92 | 0.1 | 0.035 | 0.12 |
| 3 | -0.211 | 0.844 | 0.8265 | 0.011 | 0.021 | 0.0935 |
| 4 | -0.19285 | 0.8481 | 0.8211 | 0.01815 | 0.0041 | 0.0054 |
| 5 | -0.192785 | 0.8493025 | 0.826955 | 0.000065 | 0.0012025 | 0.005855 |
| 6 | -0.19390375 | 0.849013 | 0.82709475 | 0.00112 | 0.0002895 | 0.00013975 |
| 7 | -0.1938668125 | 0.848950075 | 0.826730175 | 0.0000369 | 0.000063 | 0.000365 |

Как можно увидеть из таблицы, итерации прекращаются на 6-м шаге, что можно также вычислить из априорной оценки погрешности:



Ответ: для заданной погрешности решением системы линейных уравнений является вектор:



Задание 4. Построить квадратичный интерполяционный многочлен Лагранжа для функции  на отрезке . Найти оценку погрешности интерполяции на всем отрезке. 

1. Для построения многочлена построим сетку узлов. Так как по условию необходимо найти квадратичный многочлен, сетка будет содержать три узла, два из которых начало и конец отрезка. Третий возьмем как точку, ближайшую к середине отрезка, в которой функция принимает целое значение:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 100 | 144 | 169 |
|  | 10 | 12 | 13 |

1. Построим квадратичный интерполяционный многочлен Лагранжа:



1. Для оценки погрешности используем формулу:



1. Оценим правую часть неравенства и найдем максимальное значение



в точке .



в точке .

1. Получим оценку погрешности:



Задание 5. Приближаемая функция  задана на отрезке . Требуется построить многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения по системе степенных функций  для двух значений , равных 2 и 3. Вычислить значение квадрата расстояния от  до приближаемой функции , т.е.  при  и  при . Определить величину относительного уменьшения ошибки аппроксимации . 

1. Для  - , тогда:





1. Составим систему и решим систему линейных уравнений:



1. Получим многочлен наилучшего приближения:



1. Вычислим квадрат расстояния от приближаемой функции до многочлена наилучшего приближения:



1. Для  - , тогда:





1. Составим систему и решим систему линейных уравнений:



1. Получим многочлен наилучшего приближения:



1. Вычислим квадрат расстояния от приближаемой функции до многочлена наилучшего приближения:



1. Относительная ошибка аппроксимации:

